

Часть 3. Тригонометрические ряды Фурье

Задача 5. Функцию $y = f(x)$, заданную на интервале $(-\pi; \pi)$, разложить в тригонометрический ряд Фурье. Построить (от руки, но аккуратно) график данной функции $y = f(x)$ (черным) и график суммы $y = S(x)$ полученного ряда (красным) на промежутке $(-2\pi; 4\pi)$.

Задача 6. Функцию $y = f(x)$, заданную в интервале $(0; L)$, разложить в ряд Фурье указанного вида, построить (от руки, но аккуратно) график данной функции $y = f(x)$ (чёрным цветом) и график суммы $y = S(x)$ полученного ряда (красным) на промежутке $(-2L; 4L)$.

Задача 7*. Нарисовать в одной координатной плоскости на промежутке $(-2\pi; 4\pi)$ для задачи 5 и в другой координатной плоскости на промежутке $(-2L; 4L)$ для задачи 6 с помощью подходящего вычислительного пакета графики частичных сумм $y = S_n(x)$ для $n = 4$ (синим цветом), $n = 8$ (лиловым) и $n = 20$ (зеленым), и (красным от руки) всей суммы $y = S(x)$.

№	Задача 5	Задача 6
1	$f(x) = \begin{cases} 1; & -\pi < x < 0 \\ x; & 0 < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = 4 - x$ при $0 < x < 4$; по косинусам
2	$f(x) = \begin{cases} 1; & -\pi < x < \frac{\pi}{3} \\ -1; & \frac{\pi}{3} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} -1; & 0 < x < 1 \\ -x^2; & 1 < x < 2; \end{cases}$ по косинусам
3	$f(x) = \begin{cases} 1; & -4 < x < -1 \\ 2; & -1 < x < 4 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 2x; & 0 < x < \frac{\pi}{3} \\ \pi - x; & \frac{\pi}{3} < x < \pi; \end{cases}$ по косинусам
4	$f(x) = \begin{cases} 1; & -3 < x < -2 \\ 0; & -2 < x < 1 \\ 2; & 1 < x < 3 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 2x; & 0 < x < \frac{\pi}{3} \\ \pi - x; & \frac{\pi}{3} < x < \pi; \end{cases}$ по синусам
5	$f(x) = \begin{cases} -1; & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ 1; & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0; & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} x; & 0 < x < 2 \\ 4 - x; & 2 < x < 5; \end{cases}$ по косинусам
6	$f(x) = \begin{cases} 0; & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ 1; & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ -1; & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} x; & 0 < x < 2 \\ 4 - x; & 2 < x < 5; \end{cases}$ по синусам
7	$f(x) = \begin{cases} \pi; & -\pi < x < 0 \\ \pi - 2x; & 0 < x < \pi; \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 0; & 0 < x < 1 \\ 1; & 1 < x < 2 \\ 2; & 2 < x < 3; \end{cases}$ по косинусам

8	$f(x) = \begin{cases} \pi + 2x; & -\pi < x < 0 \\ \pi; & 0 < x < \pi; \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 0; & 0 < x < 1 \\ 1; & 1 < x < 2 \\ 2; & 2 < x < 3; \end{cases}$ по синусам
9	$f(x) = \begin{cases} 0; & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ 3; & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4} \\ 0; & \frac{\pi}{4} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 1+x; & 0 < x < 1 \\ 3-x; & 1 < x < 3; \end{cases}$ по синусам
10	$f(x) = \begin{cases} 1; & -\pi < x < \frac{\pi}{2} \\ -1; & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 1+x; & 0 < x < 1 \\ 3-x; & 1 < x < 3; \end{cases}$ по косинусам
11	$f(x) = \begin{cases} 0; & -1 < x < 0 \\ x^2 + 1; & 0 < x < 1 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 0; & 0 < x < \frac{\pi}{4} \\ 1; & \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0; & \frac{\pi}{2} < x < \pi; \end{cases}$ по синусам
12	$f(x) = \begin{cases} 1-x^2; & -1 < x < 0 \\ 0; & 0 < x < 1 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 0; & 0 < x < \frac{3\pi}{4} \\ 2; & \frac{3\pi}{4} < x < \pi; \end{cases}$ по синусам
13	$f(x) = \begin{cases} 0; & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ -1; & -\frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 4-x^2; & 0 < x < 1 \\ 0; & 1 < x < 4; \end{cases}$ по косинусам
14	$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{\pi}; & -\pi < x < 0 \\ 0; & 0 < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 3x-3; & 0 < x < 1 \\ 0; & 1 < x < 3; \end{cases}$ по синусам
15	$f(x) = \begin{cases} 0; & -\pi < x < \frac{\pi}{2} \\ x; & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 3x-3; & 0 < x < 1 \\ 0; & 1 < x < 3; \end{cases}$ по косинусам
16	$f(x) = \begin{cases} 0; & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ -x; & -\frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 3x-3; & 0 < x < 1 \\ 0; & 1 < x < 3; \end{cases}$ по косинусам
17	$f(x) = \begin{cases} 1; & -5 < x < -3 \\ 0; & -3 < x < 0 \\ -1; & 0 < x < 5 \end{cases}$	$f(x) = \pi^2 - x^2$ при $0 < x < \pi$; по синусам
18	$f(x) = \begin{cases} 0; & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ 1; & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4} \\ -1; & \frac{\pi}{4} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5; & 0 < x < 3 \\ 0; & 3 < x < 4; \end{cases}$ по косинусам

19	$f(x) = \begin{cases} \pi; & -\pi < x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2}; & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4; & 0 < x < 1 \\ 0; & 1 < x < 3; \end{cases}$ по косинусам
20	$f(x) = \begin{cases} 0; & -2 < x < 0 \\ x^2 - 4; & 0 < x < 2 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 1; & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0; & \frac{\pi}{2} < x < \pi; \end{cases}$ по синусам
21	$f(x) = \begin{cases} 1; & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ 0; & -\frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 1; & 0 < x < 1 \\ x^2; & 1 < x < 2; \end{cases}$ по косинусам
22	$f(x) = \begin{cases} 0; & -\pi < x < 0 \\ x^2; & 0 < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 0; & 0 < x < 2 \\ -1; & 2 < x < 5; \end{cases}$ по косинусам
23	$f(x) = \begin{cases} 1; & -5 < x < 0 \\ -\frac{x}{2}; & 0 < x < 5 \end{cases}$	$f(x) = x^2$ при $0 < x < \pi$; по синусам
24	$f(x) = \begin{cases} 0; & -4 < x < -2 \\ 3; & -2 < x < 3 \\ 1; & 3 < x < 4 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2; & 0 < x < 1 \\ 0; & 1 < x < \pi; \end{cases}$ по косинусам
25	$f(x) = \begin{cases} 0; & -\pi < x < -\frac{\pi}{4} \\ \pi; & -\frac{\pi}{4} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} x^2; & 0 < x < 1 \\ 0; & 1 < x < 3; \end{cases}$ по косинусам
26	$f(x) = \begin{cases} 1; & -\pi < x < \frac{\pi}{3} \\ -1; & \frac{\pi}{3} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} x^2; & 0 < x < 1 \\ 0; & 1 < x < 3; \end{cases}$ по синусам
27	$f(x) = \begin{cases} 1 - x; & -\pi < x < 0 \\ 0; & 0 < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} x; & 0 < x < 2 \\ 2; & 2 < x < 3; \end{cases}$ по синусам
28	$f(x) = \begin{cases} 0; & -\pi < x < -1 \\ -1 - x; & -1 < x < 1 \\ 0; & 1 < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 3; & 0 < x < 1 \\ x; & 1 < x < 4; \end{cases}$ по синусам
29	$f(x) = \begin{cases} 0; & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ 2 + x; & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0; & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 1; & 0 < x < 1 \\ x; & 1 < x < 4; \end{cases}$ по косинусам
30	$f(x) = \begin{cases} \pi - \frac{x}{2}; & -\pi < x < \frac{\pi}{3} \\ 0; & \frac{\pi}{3} < x < \pi \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} x; & 0 < x < 2 \\ 2; & 2 < x < 3; \end{cases}$ по косинусам